

文章编号 :1005-6122(2003)03-0010-04

基于 FFT 校正相控阵天线的角度选择^{*}

邹永庆 曹 军 李广忠

(华东电子工程研究所, 合肥 230031)

摘要: 陈述了基于 FFT 校正相控阵天线的角度选择关系 $\theta_k = \sin^{-1}\{\lambda[2k - (N+1)]/(2Nd)\}$ 。并从天线理论和数学的角度对该关系进行了论证。结果表明, 采用此关系选择角度有助于提高检测校正精度。

关键词: 相控阵, 校正, 角度选择

Angle Selection Based on FFT Calibration for Phased Array Antenna

Zou Yongqing, Cao Jun, Li Guangzhong

(East China Research Institute of Electronic Engineering, Hefei 230031)

Abstract: In this paper, the relationship $\theta_k = \sin^{-1}\{\lambda[2k - (N+1)]/(2Nd)\}$, the angle selection for phased-array calibration based on FFT method is presented, and then proved from antenna pattern and math view. What using this relation can make some precise for phased-array calibration is the conclusion.

Key words: Phased-array, Calibration, Angle selection

1 引言

相控阵天线由于器件的不一致性、制造公差、装配误差、环境的变化等多种原因,往往会出现较大的口径幅度和相位误差,使得天线增益降低、副瓣升高,所以相控阵天线需要进行检测和校正。通过检测可以发现口径分布的误差,使天线口径幅度、相位分布符合设计要求,实现天线低副瓣。

相控阵天线口径幅相分布检测校正方法很多,如 BIT 检测校正法^[1],天线远场校正法^[1,9]、近场法^[2]、阵外校正法^[3]等。BIT 阵内校正方法最适于安装在载体上的相控阵天线系统,这种方法可以实现在线检测和校正,能随时校正环境因素对有源相控阵天线口径幅度、相位分布带来的影响,保持天线波瓣特性。BIT 校正方法已形成 BIT 行波检测校正^[1]、BIT 矩阵开关检测校正、互耦检测校正^[5]等多种方法。在检测校正算法上也有长足发展,如 FFT 算法、矩阵求逆法、超定方程最小二乘法^[9]等。

2 基本理论

天线远场波瓣检测校正方法是从外部发射一平

面波照射到待测天线口径上,通过检测天线远场波瓣某些角度(θ_k)幅度、相位,经 FFT 等反演算法获得天线口径幅度、相位值,并通过波束控制系统对分布误差加以校正。例如,由 N 个单元组成的一维有源相控阵天线,单元间距 d ,第 n 个单元电流矢量(复数) I_n ,那么角度 θ_k 处远场电场矢量(复数) $E(\theta_k)$ 就可以通过傅立叶变换得到:

$$E(\theta_k) = \sum_{n=1}^N \mathcal{J}(\theta_k, \varphi) \times I_n \times \exp[j \frac{2\pi d}{\lambda_0} (n - \frac{N+1}{2}) \sin \theta_k] \quad (1)$$

其中 $\mathcal{J}(\theta, \varphi)$ 为单元方向图。

阵内 BIT 行波校正法将一个校正网络安装在天线阵面的背后,射频信号从网络输入端注入网络中形成行波,弱耦合器将行波信号耦合到待检的馈电系统之中。如果校正网络中射频信号的导波长为 λ_g ,耦合到第 n 个单元电流矢量为 I'_n ,那么与远场同理 θ_k 角度的合成电场矢量 $E(\theta_k)$ 为

$$E(\theta_k) = \sum_{n=1}^N C'_n \times I'_n \times \exp[j \frac{2\pi d}{\lambda_0} (n - \frac{N+1}{2}) \sin \theta_k] \quad (2)$$

* 收稿日期 2002-11-05, 定稿日期 2003-04-17
万方数据

$$I'_n = I_n \times \exp\left[-j \frac{2\pi d}{\lambda_g} \left(n - \frac{N+1}{2}\right)\right] \quad (3)$$

其中 C'_n 为第 n 个单元与校正网络之间耦合度(复数) λ_0, λ_g 分别为自由空间波长和校正网络内的导波长。

(1)、(2)两式不同之处仅在于单元因子 $f(\theta, \varphi)$ 与单元耦合度 C'_n 、单元的电流 I_n 与 I'_n 对应内容的不同,故可将两式写成下面统一的数学表达形式:

$$E(\theta_k) = \sum_{n=1}^N a_n \times \exp\left[j \frac{2\pi d}{\lambda_0} \left(n - \frac{N+1}{2}\right) \sin\theta_k\right] \quad (4)$$

其矩阵表达式为:

$$\begin{bmatrix} E(\theta_1) \\ E(\theta_2) \\ \dots \\ E(\theta_k) \\ \dots \\ E(\theta_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon(1,1) & \epsilon(1,2) & \epsilon(1,N) \\ \epsilon(2,1) & \epsilon(2,2) & \epsilon(2,N) \\ \dots & \dots & \dots \\ \epsilon(N,1) & \epsilon(N,2) & \epsilon(N,N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \\ \dots \\ a_N \end{bmatrix} \quad (4')$$

简记为:

$$E_{N \times 1} = e_{N \times N} a_{N \times 1} \quad (5)$$

从(4)式或(5)式可以看出,基于 FFT 校正方法校正相控阵天线时,反演的数学问题二者是完全一致的。即只要知道 N 个角度位置 θ_k 的幅相波瓣 $E_{N \times 1}$,就可以通过(4)式反演求出 $a_{N \times 1}$ 。两者的差异只是处理的不同:①若采用远场幅相波瓣校正时,需要除去单元方向图的影响,由 $a_{N \times 1}$ 求得口径电流分布 I_n ;②若采用 BIT 行波校正方法,则需要除去耦合度的影响数值,先由 $a_{N \times 1}$ 求出各单元 I'_n 后,再考虑行波相位的延迟,由(3)式求得相应口径电流分布 I_n 。

3 校正反演的数学要求

3.1 问题的提出

从数学上讲,基于 FFT 方法检测校正相控阵的过程就是选取校正角度 θ_k ,并由此构造 N 元线性方程(4)、求解 N 元线性方程(4)的过程。当(4)式的变换矩阵 $e_{N \times N}$ 满秩时,各方程线性无关,可直接通过

$$a_{N \times 1} = e_{N \times N}^{-1} E_{N \times 1} \quad (6)$$

求得 $a_{N \times 1}$ 。

事实上,对矩阵方程(4)进行反演时,并不是选取任意 N 个角度位置 θ_k 所构成方程组都可以反演

获得天线口径分布。无论采用等 θ 步进,还是等 $\sin\theta$ 步进等选取校正角度,如不遵守下列数学要求,都无法获得高精度的校正结果,甚至会发生错误的校正。天线单元越多,这一点愈显著。

3.2 校正反演的数学要求

基于 FFT 校正相控阵天线时,变换矩阵 $e_{N \times N}$ 必须满秩,但仅有变换矩阵 $e_{N \times N}$ 满秩的条件是不够的。由于合成电场矢量 $E(\theta)$ 存在着一定扰动 δE (如采样误差、噪声等),势必在进行方程求解时引入到分布之中,形成误差 δa 。 δa 的大小取决于矩阵 $e_{N \times N}$ 的条件数^[7,8]。即:

$$\frac{\|\delta a\|}{a} \leq \|\epsilon\| \|\epsilon^{-1}\| \frac{\|\delta E\|}{\|E\|} \quad (7)$$

其中: $\|\cdot\|$ 表示向量的范数, $\|\epsilon\| \|\epsilon^{-1}\|$ 表示变换矩阵 $e_{N \times N}$ 条件数,矩阵条件数 ≥ 1 。

如果矩阵 $e_{N \times N}$ 的条件数很大,则矩阵是“病态”的,这时很小的误差 δE 将会引起很大误差 δa ,变换矩阵对误差起着放大作用;反之,如果矩阵 $e_{N \times N}$ 的条件数小,则矩阵是“良态”的;如果变换矩阵为酉矩阵或其条件数为 1,这时可获得 $\delta a/a$ 与 $\delta E/E$ 同等精度。所以采用 FFT 进行相控阵校正时,还必须选择恰当的 θ_k 构造线性内积空间的基,以保证该基下的变换矩阵满秩、良态,并同时使 $\delta E/E$ 在 θ_k 处达到最小之三项要求。

4 校正角度的选择

4.1 波瓣分析与角度选择

综合线性方程(2)和(4)可以发现,当天线的电参数 λ_0, λ_g ,结构参数 d, N 确定以后,通过选取恰当的校正扫描角度 θ_k ,是同时满足信噪比最大($\delta E/E$ 最小)、变换矩阵 $e_{N \times N}$ 满秩、 $e_{N \times N}$ 呈良态的主要途径。有鉴于此,可以首先从天线的波瓣结构分析入手,通过选择恰当的校正角度 θ_k 达到 $\delta E/E$ 最小。众所周知,对于均匀口径分布的天线来说,(1)式所描述的天线波瓣可以表述为辛格函数的形式^[6]:

$$E(\theta) = \frac{\sin \frac{N}{2} X}{\sin \frac{X}{2}} \exp\left(j \frac{N-1}{2} X\right) \quad (8)$$

其中: $X = (2\pi d \sin\theta) / \lambda_0$ 。如果让(8)式中幅度 $E(\theta) = 0$,则可以得到波瓣的零点位置为:

$$\theta_p = \sin^{-1}[P \lambda_0 / (Nd)] \quad (9)$$

式中 $P = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (N+1)/2$ 。

对(8)式幅度求一阶导数 E' ,并设 $E'(\theta) = 0$,

则可以得到波瓣的副瓣位置为：

$$\theta_L = \sin^{-1} \frac{2L - (N + 1)}{2Nd} \lambda_0 \quad (10)$$

式中 $L = 1, 2, 3, \dots, N$ 。

综合(8)、(9)、(10)的波瓣结构特征,从提高检测校正信噪比(即降低检测校正误差源 $\delta E/E$)的角度出发,校正角度 θ_k 应选择在波瓣的副瓣位置($\theta_k = \theta_L$)。因为:

(a) 除主瓣外,选取副瓣时信号最强,可以获得最大的信噪比(最小 $\delta E/E$);

(b) 副瓣位置 $E'(\theta) = 0$,该位置及其邻域上的信号 E 随 θ_k 变化缓慢。当 θ_k 存在较小的扰动 δ_{θ_k} 时不会引起大的信号误差 δE ;

(c) 波瓣零点位置信噪比最小;

(d) 其它角度位置上波瓣 $E(\theta)$ 随角度 θ 变化梯度大(单元数越多梯度越大),容易因为角度的扰动引入很大的信号误差 δE 。

故从提高信噪比 $E/\delta E$ 的角度出发

$$\theta_k = \sin^{-1} \frac{[2k - (N + 1)]}{2Nd} \lambda_0 \quad (11)$$

其中 $k = 1, 2, 3, \dots, N$ 。

4.2 变换矩阵分析

4.2.1 变换矩阵的秩

上面从波瓣结构出发,根据降低源误差的准则得到了校正角度选择关系(11)式。但由此形成的变换矩阵 $e_{N \times N}$ 能够满秩吗?所选择角度能够使变换矩阵 $e_{N \times N}$ 呈现良态吗?

为回答上面两个个问题,将(11)式表示的校正角度代入(2)式,化简可得 $E(\theta_k)$ 变换关系为:

$$E(k) = \sum_{n=1}^N a_n \exp[j \frac{2\pi}{N} (k - \frac{N+1}{2})(n - \frac{N+1}{2})] \quad (12)$$

令:

$$x = \frac{2\pi}{N} (k - \frac{N+1}{2}) \quad m = (n - \frac{N+1}{2})$$

则(12)式可简化为:

$$E(x) = \sum_{m=-\frac{N+1}{2}}^{\frac{N+1}{2}} a_m \times \exp(jmx) \quad (13)$$

(13)式表明,如果选择(11)式所描述的 θ_k 作为相控阵检测校正角,所构成的 N 维内积空间的基为 $\exp(jmx)$ 形式。如果定义内积为一个周期内的积分:

$$(e^{jmx} e^{jpx}) = \int_{-T/2}^{T/2} e^{jmx} e^{jpx} dx \quad (14)$$

显然,当 $m \neq p$ 时 $(e^{jmx} e^{jpx}) = 0$,即 e^{jmx} 为(14)所定义的内积空间上标准正交基。而标准正交基的变换 $e_{N \times N}^{-1}$ 是一个可逆变换,故以 $e(k, n) = \exp[j \frac{2\pi}{N} (k - \frac{N+1}{2})(n - \frac{N+1}{2})]$ 为元素构成的变换矩阵 $e_{N \times N}$ 是满秩的,其逆矩阵 $e_{N \times N}^{-1}$ 一定存在。

4.2.2 矩阵的条件数

变换矩阵的满秩表明,可以通过(6)式进行傅立叶反演求出天线口径分布。但反演的精度还取决于变换矩阵的“良态”与否。为此,我们需要对其变换矩阵特征值进行讨论。根据矩阵特征根求解关系:

$$\det |e_{N \times N} - \lambda I| = 0 \quad (15)$$

可得变换矩阵的特征方程具有以下形式:

$$[\lambda_1 - A(N)e^{j0}]^{m^1} [\lambda_2 - A(N)e^{j\pi/2}]^{m^2} \\ [\lambda_3 - A(N)e^{j\pi}]^{m^3} [\lambda_4 - A(N)e^{j3\pi/2}]^{m^4} = 0 \quad (16)$$

其中 I 为单位矩阵, λ 为矩阵的特征根, $A(N)$ 为特征根的模,它是变换矩阵阶数 N 的函数

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = N$$

(16)式说明变换矩阵具有以下特点:A. 无论天线的单元数 N 为多少,变换矩阵的特征值仅取 4 个值,为多重根。变换矩阵可化简为由 4 个约当块组成的约当矩阵;B. 特征根的模相等,并全部落在极坐标的极轴上;C. 变换矩阵的条件数 $\|e\| \|e^{-1}\| = \frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} = 1$,矩阵呈良态,进行反演变换时传递误差最小。下图 1~3 是 $N = 32$ 单元天线变换矩阵特征根的计算结果。

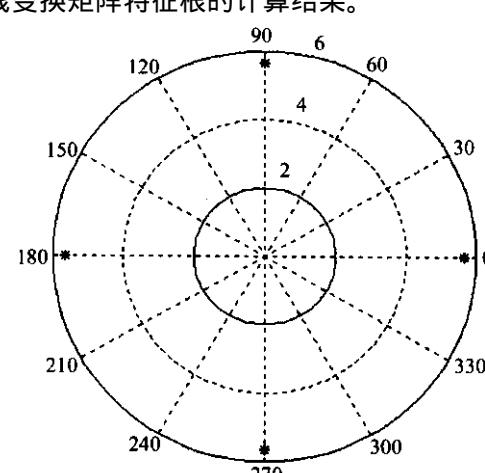


图 1 极坐标上 $N = 32$ 变换矩阵特征根

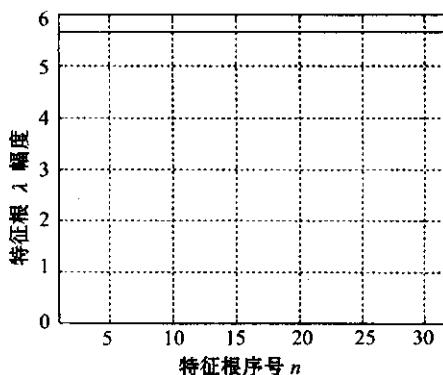
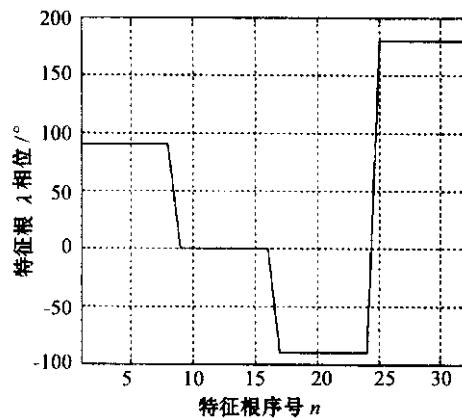
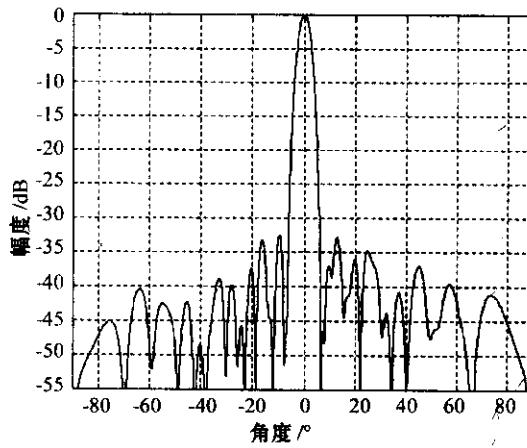
图 2 直角坐标上 $N=32$ 变换矩阵特征根的模图 3 直角坐标上 $N=32$ 变换矩阵特征根的相位

图 4 32 单元校正后实测波瓣图

5 应用与结论

根据上文,采用 BIT 行波校正方法对 32 单元一维有源相控阵进行校正,校正时和矩阵开关相比,大大地降低了对各通道端口隔离度的要求。在采用 BIT 行波网络校正时,首先进行了两个方面的工作:①测试各单元耦合度的幅度、相位值;②测试校正网

络内的导波长 λ_g 。将这两组数据作为基本数据对反演的结果进行补偿,就可以实现对天线口径的幅相分布检测,进而通过波束控制系统实现校正。试验表明,采用上述校正角度的选择,如图 4 所示,32 单元一维相控阵天线副瓣优于 -32.5 dB 。

总之,采用 FFT 对相控阵天线进行校正时,校正角度的选择必须遵循三条原则(1)保证变换矩阵满秩,各方程线性无关(2)能够获得最大的信噪比(3)使变换矩阵条件数最小,减小校正时误差传递。

基于 FFT 校正相控阵天线的角度选择关系 $\theta_k = \sin^{-1}\{\lambda[2k - (N + 1)]/(2Nd)\}$ 符合上述三项原则的要求,能够获得良好的校正精度。

参 考 文 献

- [1] Harden Shnitkin. Rapid in-flight phase alignment of an electronically phased-scanned antenna array. *Phased Array 1985 Symposium Proceedings*, 1985: 293~302
- [2] Willard T Patton, Leonard H Yorinks. Nearfield Alignment of Phased-Array Antennas. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 1999, 47(3)
- [3] Wilhelm Sander. Monitoring and calibration of active phased array. *IEEE international radar conference*, 1985: 45
- [4] Michael A Koerbe, Daniel R Fuhrmann. Array calibration by series parameterization: Scaled principal components method, *Third annual ASAP 95 workshop*, 1995, IV 340
- [5] Herbert M Aumann, Alan J Fenn, Frank G. Willwerth. Phased array antenna calibration and pattern prediction using mutual coupling measurements. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, 1989, 37(7) 844
- [6] 张光义. 相控阵雷达系统. 国防工业出版社, 1994
- [7] 孙继广. 矩阵扰动分析. 科学出版社, 1987
- [8] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析. 华中工学院出版社, 1982
- [9] 邹永庆, 曹军. 基于远场波瓣的有源相控阵检测校正. 第八届全国雷达学术会议论文集. 中国科技大学出版社, 2002

邹永庆 1963 年生,1988 年研究生毕业,硕士学位,现为华东电子工程研究所高级工程师。主要研究方向:电磁场与微波天线。

曹军 1975 年生,1997 年毕业,本科,现为华东电子工程研究所工程师。主要研究方向:电磁场与微波天线。

李广忠 1978 年生,2001 年毕业,本科,现为华东电子工程研究所工程师。主要研究方向:电磁场与微波天线。

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>