

# 应用于智能天线的一种新的 LMS 改进算法\*

赵仙红<sup>1</sup>, 杨争武<sup>2</sup>

(1 长安大学信息工程学院, 西安 710064; 2 黄河机器制造厂, 西安 710043)

**摘要:**通过对智能天线 LMS 算法的分析和研究, 发现了传统的 LMS 算法存在收敛速度和稳态误差之间无法兼顾的问题, 即固定步长因子无法解决收敛速度和稳态误差之间的矛盾。提出了一种改进的 LMS 算法, 并通过计算机仿真对该算法进行了验证。改进的 LMS 算法的应用有效地解决了 LMS 在收敛方面存在的问题。

**关键词:** LMS 算法; 步长因子; 收敛速度; 稳态误差

中图分类号: TN82 文献标志码: A

## An Improved LMS Algorithm Application in Smart Antenna

ZHAO Xianhong<sup>1</sup>, YANG Zhengwu<sup>2</sup>

(1 School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China;

2 Huanghe Machinery Factory, Xi'an 710043, China)

**Abstract:** By analyzing and researching the LMS algorithm of smart antenna, it is found that the traditional LMS algorithm can not solve the problem of the convergence rate and the steady-state error at the same time, that is, the permanent step factor can not solve the contradiction between the convergence rate and the steady-state error. So an improved LMS algorithm was proposed and verified by computer simulation. The application of the improved LMS algorithm efficiently solves the problem in a convergent process.

**Keywords:** LMS algorithm; step factor; convergence rate; steady-state error

的权向量按下式计算:

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2u\mathbf{e}(n)\mathbf{X}(n) \quad (1)$$

其中各参数的意义如下:  $\mathbf{W}(n) = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T$  是智能天线结构图 1 中的数字波束权向量,

$\mathbf{X}(n) = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]^T$  为天线阵的感应信号,

$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}$  为误差信号, 其中  $\mathbf{d}(n)$  为参考

信号;  $u$  是一个正实常数, 通常称

为自适应收敛系数或步长因子, 且 0

$< u < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ ,

$\lambda_{\max}$  是  $\mathbf{R}$  的最大特征值,  $\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^H]$ 。以上就是传统的最小均方

## 1 引言

智能天线研究的核心内容是自适应波束形成算法。有关智能天线自适应波束形成的算法有很多, 但其中最有名的是最小均方 LMS(least mean square)自适应算法<sup>[1]</sup>。随着移动通信的发展, 此算法再度受到人们的关注, 出现了各种改进的算法, 如快速截断数据 LMS 算法<sup>[2]</sup>, 频域 LMS 算法<sup>[3]</sup>, QR 分解 LMS 算法<sup>[4]</sup>, 变换域 LMS 算法<sup>[5]</sup>等。笔者通过计算机仿真分析发现了传统 LMS 算法存在的问题, 提出了一种解决该问题的改进 LMS 算法。

## 2 传统的 LMS 算法

传统 LMS 算法是基于均方误差最小准则 MMSE 和最陡下降法提出的。在时标  $(n+1)$  时

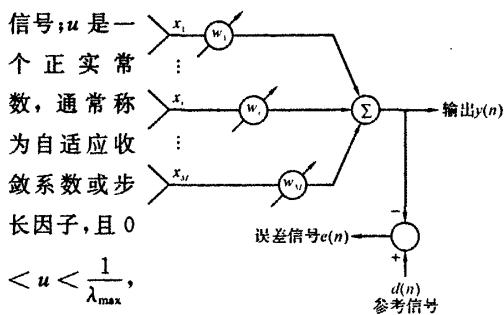


图 1 智能天线的结构

\* 收稿日期: 2007-03-25

作者简介: 赵仙红(1964-), 女, 陕西西安人, 讲师, 硕士, 研究方向: 智能天线、信号处理。

LMS 算法<sup>[7-8]</sup>。

### 3 传统的 LMS 算法存在的问题

在传统的 LMS 算法中,  $u$  是一个控制收敛速度和稳态误差的常量, 针对  $u$  作了如下仿真: 令  $u = 0.2$  和  $u = 0.02$  分别得到图 2 和图 3。

由图 2 可以看出: 当  $u$  较大时, 误差  $e(n)$  以较快的速度收敛, 即  $W$  以较快的速度收敛于最优解  $W_{\text{OPT}}$ ; 当  $u$  较小时,  $e(n)$  收敛速度较慢, 即  $W$  缓慢收敛于最优解  $W_{\text{OPT}}$ , 如图 3 所示。

通过图 2 和图 3 还可以看出: 当步长  $u$  较大且收敛到  $W_{\text{OPT}}$  附近时,  $W$  将在一个较大的邻域内抖动而无法进一步收敛, 如图 2 所示; 而当步长  $u$  较小时,  $W$  可以收敛到最优解  $W_{\text{OPT}}$  附近的小邻域, 但收敛速度较慢, 如图 3 所示。这就存在高收敛速度和小稳态误差不可兼得的问题。

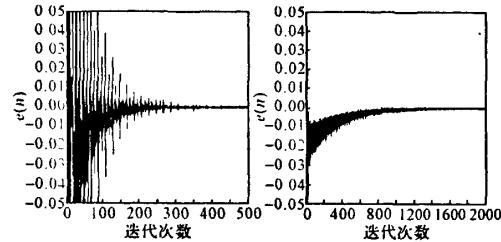


图 2 误差  $e(n)$  与迭代次数的曲线图  
( $u = 0.2$ )

图 3 误差  $e(n)$  与迭代次数的曲线图  
( $u = 0.02$ )

### 4 改进的 LMS 算法

可以采用变步长的方法来解决高速收敛和小稳态误差不可兼得的问题。基本思路为在迭代的初始阶段, 选择大的步长, 以便得到较快的收敛速度, 而在接近  $W_{\text{OPT}}$  附近, 将迭代步长变小, 以便得到较小的稳态误差。当稳态误差趋于零时, 让步长也趋于零, 即  $e(n) = 0$  时,  $u(n) = 0$ 。因此, 采用变步长的 LMS 算法实际上是在寻找一条  $u(n)$  随  $e(n)$  变化的曲线, 要求在零点附近,  $u(n)$  和  $e(n)$  能最大限度地达到平滑。为了找到  $u(n)$  与  $e(n)$  的关系曲线, 首先考虑到的是:

$$u(n) = e(n)^2 \quad (2)$$

因为它在零点附近足够平滑。把式(2)写成一般形式:

$$u(n) = \beta |e(n)|^\gamma \quad (3)$$

由前述知,  $0 < \beta < \frac{1}{\lambda_{\text{max}}}$ ,  $u(n) > 0$ , 令  $-1 < e(n) < 1$ , 由于  $\gamma$  为 1 时, 曲线底部不平滑, 所以可以得出  $\gamma \geq 2$ 。

根据式(3)做出如下仿真, 如图 4 所示, 图 4 中  $\beta = 1$ , 从上到下  $\gamma$  依次取为 1, 2, 3, 5, 5, 10。

由图 4 可以看出: 式(3)虽然能满足在零点附近曲线足够平滑, 且满足当  $e(n) = 0$  时,  $u(n) = 0$ , 但曲线上部的斜率太大,  $u(n)$  随  $e(n)$  变化太敏感, 希望当  $e(n)$  的绝对值较大时,  $u(n)$  能保持一个相对大的值, 即  $u(n)$  随  $e(n)$  变化迟钝。 $u(n)$  和  $e(n)$  应满足如下要求:

当  $|e(n)|$  较大时,  $u(n)$  应较大, 且  $u(n)$  随  $e(n)$  变化缓慢, 即  $u(n)$  随  $e(n)$  变化迟钝。

当  $|e(n)|$  较小时,  $u(n)$  应较小, 且  $u(n)$  随  $e(n)$  变化缓慢, 即  $u(n)$  随  $e(n)$  变化迟钝。

当  $|e(n)|$  等于零时,  $e(n)$  也等于零。也就是曲线上部和底部必须足够平滑。

以式(2)为例加以说明, 由于  $|e(n)| < 1$ ,  $|e(n)|$  较大时,  $e(n)^2$  反而会变小, 即  $u(n) = e(n)^2$  会变小。而希望  $|e(n)|$  较大时, 式(3)中的  $\gamma$  变小, 这时  $u(n)$  会相对较大,  $|e(n)|$  较小时, 式(3)中  $\gamma$  变大, 这时  $u(n)$  会相对较小, 即  $e(n)$  与  $\gamma$  成反比。但  $\gamma$  不能为负, 原因是  $e(n)$  为零时,  $u(n)$  将趋于无穷大。于是令:

$$\gamma = \frac{1}{\alpha |e(n)| + \delta} \quad (4)$$

加上  $\delta$  的目的只是保证当  $e(n) = 0$  时,  $\gamma$  不会出现无穷大。将式(4)代入式(3)中, 得到:

$$u(n) = \beta |e(n)|^{\frac{1}{\alpha |e(n)| + \delta}} \quad (5)$$

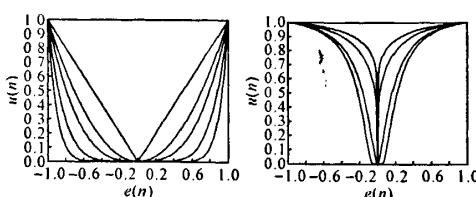
式(5)就是文中提出的改进 LMS 算法。

### 5 改进 LMS 算法的计算机仿真及验证

#### 5.1 改进 LMS 算法的计算机仿真

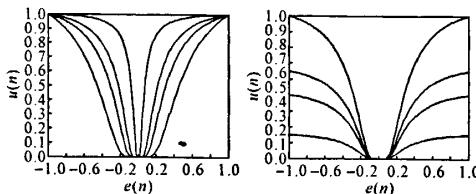
根据改进的 LMS 算法式(5), 做如下仿真:

1) 令  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 10$ ,  $\delta = 0.0001, 1, 5, 10$  得到图 5, 图 5 中, 从上到下  $\delta$  依次为 10, 5, 1, 0.0001, 可以得出  $\delta = 0.0001$  时, 曲线最优, 能满足  $u(n)$  和  $e(n)$  的要求。

图 4 步长  $u(n)$  与误差  $e(n)$  的关系曲线图 5  $\beta = 1, \alpha = 10, \delta = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1.0$  时步长  $u(n)$  与误差  $e(n)$  的关系曲线

2) 令  $\beta = 1, \delta = 0.0001, \alpha$  分别为 50, 10, 5.5, 2.5, 得到图 6, 图 6 中从上到下  $\alpha$  依次取为 50, 10, 5.5, 2.5, 这几条曲线都满足  $u(n)$  和  $e(n)$  的要求。

3) 令  $\delta = 0.0001, \alpha = 5.5, \beta$  分别为 1.8, 1.1, 0.8, 0.3, 得到图 7, 图 7 中从上到下  $\beta$  依次取为 1.8, 1.1, 0.8, 0.3, 这几条曲线都满足  $u(n)$  和  $e(n)$  的要求。

图 6  $\beta = 1, \delta = 0.0001, \alpha = 50, 10, 5.5, 2.5$  时步长  $u(n)$  与误差  $e(n)$  的关系曲线图 7  $\delta = 0.0001, \alpha = 5.5, \beta = 1.8, 1.1, 0.8, 0.3$  时步长  $u(n)$  与误差  $e(n)$  的关系曲线

## 5.2 收敛性能的验证

下面通过计算机仿真来验证文中提出的改进的 LMS 算法的收敛性能。

仿真条件为 8 阵元均匀直线阵,  $W(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。将改进算法公式(5)中得到的  $u(n)$  替换公式(1)中的  $u$  并仿真得到图 8, 图 8 中  $\beta = 0.2, \delta = 0.0001$ , 从下到上  $\alpha$  依次为 50, 10, 5.5, 2.5。可以看出算法的收敛速度是逐渐加快的。在实际应用中, 为了获得较快的收敛速度, 应选择较大的  $\alpha$  值, 为了使收敛精度较高, 则  $\alpha$  值不能过大。

通过仿真, 还可以得出这样的结论: 随着  $\beta$  的增大, 算法的收敛速度逐渐提高, 若  $\beta \geq 0.3$ , 则算法发散。以上证明了改进的 LMS 算法的正确性。

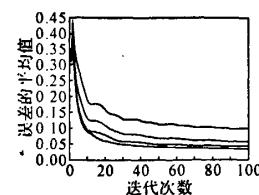


图 8 误差的平均值与迭代次数的关系曲线

## 6 结语

文中提出了一种改进的最小均方 LMS 算法, 得到了式(5)。通过对步长因子  $u$  实行可变控制, 可以实现在加速收敛的同时, 减少稳态误差。通过用 Matlab 进行仿真, 验证了其性能和该算法的可靠性, 为今后智能天线的研究提供了一种新的有效的算法。

### 参考文献:

- [1] Robert A Monzingo and Thoms W Miller. Introduction to adaptive arrays [M]. John Wiley and Sons, Inc. 1980.
- [2] E R Ferrara. Fast implementation of LMS adaptive filters [J]. IEEE Trans. On ASSP, 1980, 28(4): 474-475.
- [3] D Mansour and A H Gray. Unconstrained frequency-domain adaptive filter [J]. IEEE Trans. on ASSP, 1982, 30(5): 726-734.
- [4] Z S Liu and J Li. A QR-Based least mean squares algorithm for adaptive parameter estimation [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1984, 30(2): 275-283.
- [5] S S Ahn & B H Laheld. Convergence of the delayed normalized LMS algorithm with decreasing step size [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1996, 44(12): 3008-3016.
- [6] 何振亚. 自适应信号处理 [M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [7] 石镇. 自适应天线原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.
- [8] 邱天爽. 通信中的自适应信号处理 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>