

基于矩量法的天线阵互阻抗分析

樊小景¹, 李朝伟^{1,2}, 陈智慧^{1,2}

(1. 中国空空导弹研究院, 河南 洛阳 471009; 2. 航空制导武器航空科技重点实验室, 河南 洛阳 471009)

摘要: 利用矩量法对天线阵阵元的互阻抗进行了分析。首先对线天线进行分析建模, 计算出天线上的电流分布的线密度, 并由此得到互阻抗。通过算例验证, 这种方法准确有效, 可在工程中快速分析互耦对天线方向图的影响, 具有很强的工程适应性。

关键词: 矩量法; 线天线; 电流计算; 互阻抗计算

中图分类号: TN82.1⁵ 文献标识码: A 文章编号: 1673-5048(2012)05-0027-04

Mutual Impedance Analysis for Array Antenna Based on MOM

FAN Xiao-jing¹, LI Chao-wei^{1,2}, CHEN Zhi-hui^{1,2}

(1. China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China;

2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Airborne Guided Weapons, Luoyang 471009, China)

Abstract: Mutual impedance is analyzed by MOM in this paper. Firstly, a model is created to analyse linear antennas, and to calculate the line density of the current. Then the mutual impedance is obtained. Verified through the examples, this method is accurate and effective. It is useful to analyse the influence of mutual couple in engineering.

Key words: MOM; linear antenna; current calculation; mutual impedance calculation

0 引言

天线阵以其独有的优势在工程中的应用越来越广泛, 在一般天线分析的时候, 例如计算天线方向图, 都是忽略了天线单元之间的互耦影响, 其结果难免会造成误差, 特别是在天线阵元之间的间距较小时, 互耦的影响不容忽视^[1]。互耦的影响常使用互阻抗矩阵来分析。根据一些已知的结论, 互阻抗可以通过一些电流假设来计算, 但是这种方法太过粗略, 并且适应面很窄, 另外, 还可以通过电磁仿真软件如 HFSS 等来计算互耦影响, 这种方法准确性高, 但是其计算量大, 特别在分析具有成百上千个阵元的天线时, 难以应用。本文的方法, 计算量相对较小, 同时准确度高, 在工程中具有很

强的适应性。

矩量法^[2-3]是计算电磁学中的一种重要的方法, 本文利用矩量法对天线阵阵元进行分析, 可以由激励源计算出天线上的电流分布, 并由此得出阵元之间的互阻抗, 这种算法基于天线分段, 选取分段正弦基函数, 对天线的分析特别有效。本文不仅给出了该方法详细的推导过程, 而且通过算例计算验证了方法的准确性, 解决了天线阵互阻抗难以快速准确计算的问题, 最后通过仿真可以看出该方法得到的互阻抗矩阵可以有效地估计互耦对天线方向图的影响。

1 矩量法分析线天线电流

矩量法的基本思想是将一个泛函方程化为一个矩阵方程, 然后用人们熟知的方法求解该矩阵方程^[3]。常用于线天线的泛函方程为波克林顿积分方程^[1,4], 这是基于细导线模型。已知激励源 E , 求导体表面电流 I , 选取适当的权函数和基函数,

收稿日期: 2011-11-22

作者简介: 樊小景(1986-), 男, 河南南阳人, 硕士研究生, 研究方向为弹载相控阵天线设计。

万方数据

由积分方程得广义阻抗 \mathbf{Z} , 激励源与权函数内积为 \mathbf{V} , 则由 $\mathbf{ZI} = \mathbf{V}$ 可求得导体表面电流 \mathbf{I} 。

本文采用波克林顿积分方程作为线性算子, 如下:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{-1}{j\omega\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \mathbf{I}(z') \left[\frac{\partial^2 \mathbf{G}(z, z')}{\partial z^2} + k^2 \mathbf{G}(z, z') \right] dz' = \mathbf{E}_z(z) \\ & k = 2\pi/\lambda = \omega \sqrt{\mu\epsilon}, \\ & \mathbf{G}(z, z') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}, \\ & R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

设线天线长度为 L , $L = 2h$, 电流为 $\mathbf{I}(z)$, 如图 1 所示, 波克林顿积分方程中 $\mathbf{G}(z)$ 是积分核, 终端电流 $\mathbf{I}(\pm h) = 0$, 首先将未知量 $\mathbf{I}(z)$ 展开成由基函数构成的级数, 选择分段正弦函数^[5]作为基函数, 将天线分为 N 份, $N = 2M$, $\Delta = 2h/2M$, 每分段长度等于 Δ , $z_m = m\Delta$, $-M \leq m \leq M$ 。

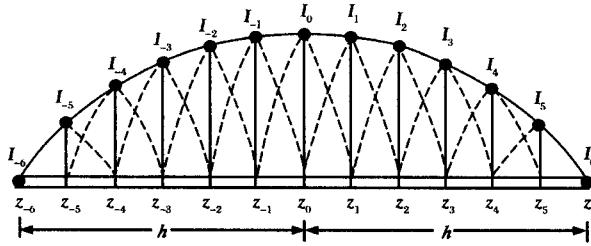


图 1 幅度示意图对比

分段正弦函数如下:

$$S_m(z' - z_m) = \begin{cases} \frac{\sin[k(\Delta - |z' - z_m|)]}{\sin k\Delta}, & |z' - z_m| \leq \Delta \\ 0, & |z' - z_m| > \Delta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2\alpha & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2\alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2\alpha & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{-3} \\ V_{-2} \\ V_{-1} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{-2} \\ E_{-1} \\ E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} d$$

上式可写为: $\mathbf{AV} = \mathbf{Ed}$, 矩阵 \mathbf{A} 行满秩, 右可逆。于是可解得: $\mathbf{V} = \mathbf{A}_R^{-1} \mathbf{E}_n d$, \mathbf{A}_R^{-1} 为其右逆矩阵。定义广义阻抗 \mathbf{Z}_{nm} 为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{nm} = & \frac{j\eta}{2\pi} \int_{-h}^h \mathbf{G}(z_n - z') \mathbf{S}(z) dz' = \\ & \frac{j\eta}{2\pi} \int_{-\Delta}^{\Delta} \left(\frac{\sin[k(\Delta - |z|)]}{\sin k\Delta} \right) \mathbf{G}(z_n - z_m - z) dz \end{aligned} \quad (9)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, -M \leq m \leq M \quad (2)$$

那么线天线上的电流可表示为

$$\mathbf{I}(z') = \sum_{m=-M}^M a_m S_m(z' - z_m) \quad (3)$$

分段正弦基函数为分域基函数, 对于分域基函数, 一般选用点匹配法, 即选择狄拉克 δ 函数作为权函数, 点匹配法取消了加权积分, 简化了运算, 但由于只是在边界上的某些离散点上进行匹配, 精度相对于伽略金法有所下降, 但仍可接受。基函数为

$$\omega_m = \delta(z' - z_m) = \begin{cases} 0 & z' \neq z_m \\ \infty & z' = z_m \end{cases}, -M \leq m \leq M \quad (4)$$

由狄拉克函数的挑选性质, 矩量方程式 $\sum_n a_n [\omega_m, I f_n] = [\omega_m, g]$ 可简化为

$$\sum_n a_n I f_n(z_m) = g(z_m) \quad (5)$$

设 \mathbf{V} 为广义电压。在采样点 $z_n = n\Delta$, $-M \leq n \leq M$, 变换波克林顿积分方程得

$$\left. \begin{aligned} (\partial_z^2 + k^2) \mathbf{V}(z_n) &= 2k \mathbf{E}_{in}(z_n) \\ \mathbf{V}(z_n) &= \frac{j\eta}{2\pi} \int_{-h}^h \mathbf{G}(z_n - z') \mathbf{I}(z') dz' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

定义 $\mathbf{V}_n = \mathbf{V}(z_n)$, $\mathbf{E}_n = \mathbf{E}_{in}(z_n)$, 由微分近似, 矩量方程式可化为

$$\mathbf{V}_{n+1} - 2\alpha \mathbf{V}_n + \mathbf{V}_{n-1} = \mathbf{E}_n d \quad (7)$$

其中: $\alpha = 1 - \frac{k^2 \Delta^2}{2}$, $d = 2k\Delta^2$ 。

当 n 的取值范围为 $-(M-1) \leq n \leq M-1$, 取 $M=3$, 可得到下式:

$$\begin{bmatrix} V_{-3} \\ V_{-2} \\ V_{-1} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{-2} \\ E_{-1} \\ E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} d \quad (8)$$

则广义电压可化为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(z_n) &= \sum_{m=-M}^M a_m \frac{j\eta}{2\pi} \int_{-h}^h \mathbf{G}(z_n - z_m - z) \mathbf{S}(z) dz = \\ & \sum_{m=-M}^M \mathbf{Z}_{nm} a_m \end{aligned} \quad (10)$$

写成矩阵形式为

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I} \quad (11)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{Z} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I} = \mathbf{Ed} \quad (12)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{S} \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{A}_r^{-1} \mathbf{E} \mathbf{d} \quad (13)$$

根据线天线电流分布的端点条件: $\mathbf{I}_{\pm M} = 0$, 可以确定唯一的解, 由此可得到线天线上的电流分布。在实际运算中, 还可以设矩阵 $\mathbf{H} = \mathbf{A} \mathbf{Z} \mathbf{S}^{-1}$, 因为 \mathbf{A} 为 $(N-2) \times N$ 维矩阵, \mathbf{Z} 与 \mathbf{S}^{-1} 均为 $N \times N$ 维矩阵, 则矩阵 \mathbf{H} 为 $(N-2) \times N$ 维, 由端点条件: $\mathbf{I}_{\pm M} = 0$, 去除 \mathbf{H} 矩阵的第一列和最后一列, 得到 $(N-2) \times (N-2)$ 维矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$, 且 $\bar{\mathbf{H}}$ 满秩, 由此可得 $\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{d}$, $\bar{\mathbf{I}}$ 为除端点外其他分段的电流值, 而端点电流为 0, 由此得到线天线上全部的电流分布。

对于具有 K 个阵元的天线阵, 可以对整个阵列进行矩量法分析, 即得到各个线天线上的电流分布。将每一个线天线分成 N 份, $N = 2M$, 终端电流: $\mathbf{I}_p(\pm h_p) = 0$, $p = 1, 2, \dots, K$, h_p 为振子臂长。同时对所有天线分段使用矩量法计算, 区别仅在于其积分核函数中的距离项有所变化。 p, q 为线天线编号, 积分核函数为格林函数:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_{pq}(z - z') &= \frac{e^{-jkR_{pq}}}{R_{pq}} \\ R_{pq} &= \sqrt{(z - z')^2 + d_{pq}^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: d_{pq} 为振子之间的相互距离, 在 $p = q$ 时, $d_{pq} = a$, a 为振子半径。

2 互阻抗计算

K 元天线阵的结构如图 2 所示, 用矩量法分析, 可求得振子上更为精确的电流分布, 根据激励情况, 即可解得更为精确的阻抗值^[6]。矩量法将每个天线单元都分成段, 求得 $N \times K$ 个点的电流分布和其互阻抗, 以求和代替积分, 得到归于馈电点的互阻抗表达式:

表 1 两平行半波振子间互阻抗变化表

阵元间距 d	0λ	0.5λ	1.0λ	1.5λ	2.0λ	2.5λ
正弦电流计算值	$73.1 + j42.5$	$-12.5 - j29.9$	$4 + j17.7$	$-1.8 - j12.3$	$1.1 + j9.4$	$-0.7 - j7.5$
矩量法计算值	$86.4 + j46.1$	$-18.4 - j30.7$	$9.18 + j20.5$	$-4.6 - j13.6$	$3.4 + j10.9$	$-2.4 - j8.5$
HFSS 仿真值	$92.1 + j64.9$	$-24.1 - j33.8$	$7.7 + j26.8$	$2.7 - j19.5$	$-7.4 + j11.8$	$8.4 - j5.7$

由表 1 可以看出, 由矩量法计算所得的互阻抗与 HFSS 仿真值更为接近, HFSS 仿真基于有限元的算法, 其计算准确度是业界公认的典范^[8], 其误差值在工程应用中可以接受。由此可以说明本文的算法可以有效地计算出天线阵元间的互阻抗值。矩量法计算是基于天线分段, 其要求的运算次数和天线分段的大小有关, 在一般精度下, 由于其基于计算电磁学的推导, 相对于 HFSS 的网格算

$$\mathbf{Z}_{pq} = \frac{\sum_{n=-M}^M \sum_{m=-M}^M \mathbf{I}_p(n) \mathbf{Z}'_{pq}(n, m) \mathbf{I}_q(m)}{\mathbf{I}_p(0) \mathbf{I}_q(0)} \quad (15)$$

其中: \mathbf{Z}_{pq} 为阵元 p 和阵元 q 间的互阻抗; $\mathbf{Z}'_{pq}(n, m)$ 表示阵元 p 上第 n 段和阵元 q 上的第 m 段之间的互阻抗; $\mathbf{I}_p(n)$, $\mathbf{I}_q(m)$ 分别为由矩量法求得的阵元 p 上第 n 段和阵元 q 上的第 m 段的电流, $\mathbf{I}_p(0)$, $\mathbf{I}_q(0)$ 分别为阵元 p 和阵元 q 上馈电点处的电流, 并且由矩量法的分析过程可得, 每个分段之间的阻抗矩阵与其广义阻抗矩阵之间的关系为

$$\mathbf{Z}'_{pq}(n, m) = \frac{\Delta}{d} \mathbf{A} \mathbf{Z}_{pq}(n, m) \mathbf{S}^{-1} \quad (16)$$

式中: Δ 为分段的长度, d 为天线分段间的距离。

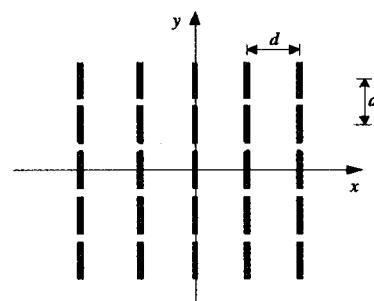


图 2 天线阵列示意图

3 计算实例

3.1 互阻抗计算实例

通常的互阻抗理论计算是基于正弦电流假设的, 但是正弦电流假设是一种粗略的近似^[7]。表 1 中所给的值就是两平行半波振子之间的随其间距值变化的互阻抗, 阵列间距是以波长倍数计量的。在矩量法计算和 HFSS 仿真时, 线天线的半径都设为 0.001 倍波长。

法, 其运算量会大大下降。以实际的仿真例子计算, 对一个 9×9 的半波振子天线阵的互阻抗计算, 每个天线 60 段分区, 使用本文中方法只需要 1 个小时, 而使用 HFSS 仿真需要四五个小时, 由此可见该方法相对于 HFSS 更加快速, 可以起到节约时间、节约资源的作用。

3.2 天线阵互阻抗分析

对于一个矩形半波振子平面阵列天线, 中心

单元馈电, 振子长度 $l=0.46\lambda$, 阵列间距 $d_x=0.5\lambda$, $d_y=0.5\lambda$, 在 xy 平面上矩形排列, 其中振子臂沿着 y 轴方向, 组成 9×9 阵列共 81 个阵元。由本文中方法可得到各个阵元之间的互阻抗, 其变化曲线如图 3 所示。由图 3(a) 可以看出, 当阵元间距变大时, 其互阻抗值变小, 在阵元间距大于 2λ 时, 其互阻抗的幅值将变得很小, 可以在分析中忽略不计, 并且在阻抗值变化时, 该振子与其共线振子阻抗幅值减小速度相比与其平行振子幅值减小速度要快。由图 3(b) 所示位于阵列中心的阵元, 由于其周围单元众多, 相邻振子间互阻抗幅值依然较大, 其与周围阵元的互耦不容忽视, 并且与平行振子的互耦将大于与共线振子的互耦, 必须在设计阵列时予以重点考虑。

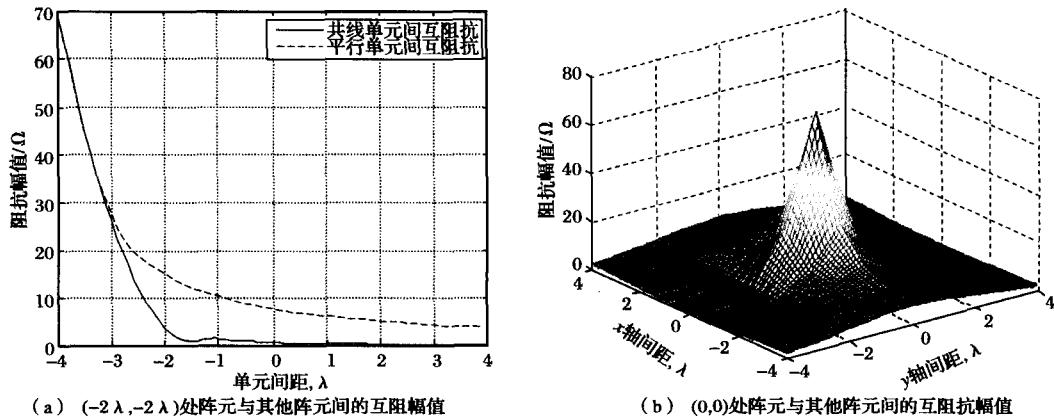


图 3 阵元间互阻抗变化曲线

3.3 互耦对天线方向图的影响

在设计阵列天线的时候, 由于互耦难以估计, 故常常不考虑互耦的存在, 仅是在后期再进行仿真验证, 依次确定阵列结构, 这种方法存在很大的不确定性, 而利用本文的方法, 可以快速准确地计算出个阵元之间的互耦值, 从而确定考虑互耦时的方向图。图 4 为考虑互耦和不考虑互耦时的 9×9 半波振子阵列的方向图, 以及由 HFSS 仿真所得出的天线阵 E 面方向图。该阵列采用泰勒加权法综合, 不考虑互耦时的副瓣在 -20 dB 以下, 而考虑互耦时的副瓣会抬升到 -10 dB 左右, 互耦影响显著, 而由本文方法计算出来的考虑互耦影响的

方向图和 HFSS 仿真情况下的 E 面方向图基本一致, 可见由本文方法可以有效地估计互耦的影响。

参考文献:

- [1] Stutzman W L, Thiele G A. 天线理论与设计 [M]. 朱守正, 安同一, 译. 北京: 人民邮电出版社, 2006.
- [2] Rao S M, Wilton D R, Glisson A G. Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1982, 30(3): 409-418.
- [3] 连汉雄. 电磁场理论的数学方法 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1988.
- [4] Orfanidis J. Electromagnetic Waves and Antennas [M]. Rutgers University, 2010.
- [5] 兰关军, 尚军平, 邓颖波. 阵列天线互耦的矩量法分析 [J]. 电子科技, 2008, 21(8): 14-16.
- [6] 姚超军. 互耦对小间距天线阵增益影响的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.
- [7] 马汉言. 天线技术 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2008.
- [8] 李明洋. HFSS 电磁仿真设计应用详解 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2010.

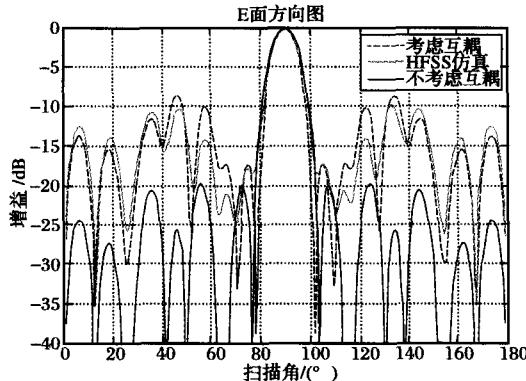


图 4 互耦对半波振子平面阵列天线方向图的影响

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>