

# PO-MoM 结合阻抗矩阵插值技术快速分析电大尺寸载体天线宽带特性

王文博, 徐金平, 牛臻弋

(东南大学毫米波国家重点实验室 南京 210096)

**摘要:** PO-MoM 混合方法是研究电大尺寸载体上天线特性的有效方法。在应用 PO-MoM 分析复杂载体上天线宽频带电磁辐射问题时, 由于需要在间隔很小的多个频率点进行填充阻抗矩阵的运算, 计算过程耗时多, 效率低。本文采用阻抗插值技术, 通过构造有理插值函数来快速计算 PO-MoM 中的阻抗矩阵, 并在迭代求解方程过程中采用了预条件技术, 大大地节省了计算时间, 有效地提高了计算效率。采用上述快速技术计算了垂直安装于金属平板的单极子天线和安装在长方体上的螺旋天线的宽带特性。数值结果表明, 结合阻抗插值矩阵插值技术并使用预条件技术的 PO-MoM 可以快速有效地分析大型复杂载体上天线的宽频带特性。

**关键词:** PO-MoM, 阻抗矩阵插值, 宽频带, 预条件

## 一、引言

随着现代电子技术的发展, 宽频带系统的应用日益广泛。当宽带天线安装在舰船、飞机以及卫星等移动平台上时, 由于载体上电子系统繁多, 各天线之间在宽频带范围内相互干扰问题愈来愈严重。为了满足系统间电磁兼容性能的要求, 需要准确分析这些宽带天线在载体影响下的电磁特性。

在电磁计算中, 矩量法<sup>[1]</sup> (MoM) 虽然是一种可靠的数值方法。但是, 由于 MoM 法  $O(N^2)$  的存储量和  $O(N^2) \sim O(N^3)$  时间复杂度, 随着电尺寸的增大, 单纯的矩量法难以快速有效地分析电大尺寸电磁问题。而单纯的高频方法 (PO、UTD 等) 一般又无法满足计算精度的要求。为了兼顾计算效率和精度, 通常可以采用高低频混合的方法来分析电大尺寸的电磁问题<sup>[2]</sup>。

Jakobus、Obelleiro 等应用一种基于 RWG 基函数的物理光学法和矩量法混合方法 (PO-MoM)<sup>[3-4]</sup> 分析了电大尺寸载体上的线天线的电磁特性, 该方法保证了矩量法 (MoM) 区和物理光学 (PO) 区之间电流的连续性。结果表明, 它是分析这类电大尺寸复杂载体上天线辐射问题的非常有效的方法。在满足一定精度的条件下, 大大节省了计算中的内存消耗和 CPU 时间。

PO-MoM 是通过求解一个矩阵方程得到 MoM 区的表面电流, 进而得到 PO 区的耦合电流来获得整个载体及其天线上的表面电流和其它电磁参数。在计算过程中, 首先要获得矩阵方程的系数矩阵, 而计算这个系数矩阵通常需要大量的时间。MM 区和 PO 区未知元数的增多都将大大增加阻抗矩阵的填充时间。在应用 PO-MoM 方法研究宽频带天线性能时, 为了获得天线在某一段频率范围内各个参数的变化趋势, 需要得到间隔较小的多个频率点上的系数阻抗矩阵。如果直接计算这些频点上系数阻抗矩阵元素, 将要消耗大量的时间, 效率低下。为了提高分析宽带天线性能的效率, E.H.Newman、K.L.Virga 和 Y.Rahmat-Samii 提出了在矩量法中应用阻抗矩阵插值方法来分析宽带电磁问题<sup>[6]</sup>。X.C.Wei 和 E.P.Li<sup>[7]</sup> 又将插值方法应用到 PO-MoM 混合方法中, 得到了良好的结果。

由于系数矩阵是满秩的, 通常可以采用迭代算法 (GMRES) 来求解这个矩阵方程。但随着未知元的增多, 迭代收敛速度变慢, 计算时间很长, 甚至还会出现不收敛的情况。在迭代求解矩阵方程过程中采用有效的预条件技术, 可以大大加快迭代算法的收敛速度, 减少计算时间。

本文在常规的 PO-MoM 方法基础上同时采用有理函数阻抗矩阵插值技术和有效的

预条件技术，大大地减少了宽频带范围内阻抗矩阵元素的填充时间，并有效地加快了矩阵方程的求解速度。

## 二、方法原理

### 2.1 PO-MoM 基本原理

在应用 PO-MoM 分析电大尺寸目标的辐射问题时，将目标表面划分为 MM 区和 PO 区，如图 1 所示，天线及天线周围的区域划分为 MM 区，其它区域为 PO 区。在 MM 区和 PO 区分别应用 EFIE 和 MFIE 建立如下方程：

$$[\mathbf{L}'(\mathbf{J}^{MM}) + \mathbf{L}'(\mathbf{J}^{PO})] = -\mathbf{E}^{inc} \quad (1)$$

$$\mathbf{J}^{PO} = 2\delta \hat{n} \times \mathbf{H} = 2\delta \hat{n} \times (\mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) + \mathbf{L}'(\mathbf{J}^{MM})) \quad (2)$$

式中  $\mathbf{L}'$  和  $\mathbf{L}'$  分别为电场和磁场积分算子，其定义为：

$$\mathbf{L}'(\mathbf{J}) = -j\omega\mu_0 \int \bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS \quad (3)$$

$$\mathbf{L}'(\mathbf{J}) = P.V. \int \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS \quad (4)$$

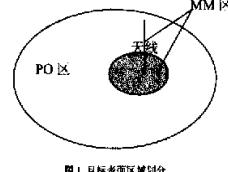


图 1 目标表面区域划分

$(\mathbf{E}^{inc}, \mathbf{H}^{inc})$  表示外界入射场， $\hat{n}$  为目标表面单位外法向量， $\delta$  为遮蔽因子， $\bar{G}$  为自由空间的并矢格林函数， $k = 2\pi/\lambda$  为波数， $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  为自由空间三维格林函数。 $\mathbf{J}^{MM}$ 、 $\mathbf{J}^{PO}$  分别为 MM 区和 PO 区的感应电流，将它们用基函数分别展开： $\mathbf{J}^{MM}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N^{MM}} \alpha_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r})$ ，

$$\mathbf{J}^{PO}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{N^{PO}} \gamma_k \mathbf{f}_k(\mathbf{r}), \text{ 采用文献[3]中的处理方法，可以得到：}$$

$$\sum_{n=1}^{N^{MM}} \hat{n} \times \alpha_n (\mathbf{L}' \mathbf{f}_n + \sum_{k=1}^{N^{PO}} \tau_{k,n} \mathbf{L}' \mathbf{f}_k) = -\hat{n} \times (\mathbf{E}^{inc} + \sum_{k=1}^{N^{PO}} \tau_k \mathbf{L}' \mathbf{f}_k) \quad (5)$$

其中  $\tau_k = \delta_k (\hat{l}_k^+ + \hat{l}_k^-) \cdot \hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}$ ， $\tau_{k,n} = \delta_{k,n} (\hat{l}_k^+ + \hat{l}_k^-) \cdot \hat{n} \times \mathbf{L}'(\mathbf{f}_n)$ ，选取与基函数相同的检验函数来上式（即 Galerkin 法），可以获得  $\alpha_n$  的值，写成矩阵形式为：

$$(\mathbf{Z}^{MM} + \Delta \mathbf{Z}) \mathbf{I} = \mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (6)$$

其中： $\mathbf{Z}^{MM} = [Z_e^{MM, MM}]$ ， $Z_e^{MM, MM}(m, n) = \langle \mathbf{f}_m, \mathbf{L}'(\mathbf{f}_n) \rangle$ ， $m, n = 1, \dots, N^{MM}$ ； $\Delta \mathbf{Z} = [Z_e^{MM, PO}] [\tau_{k,n}]$ ， $Z_e^{MM, PO}(m, k) = \langle \mathbf{f}_m, \mathbf{L}'(\mathbf{f}_k) \rangle$ ， $k = 1, \dots, N^{PO}$ ； $\mathbf{V} = [V_e] - [Z_e^{MM, PO}] [\tau_k]$ ， $V_e = \langle \mathbf{f}_m, -\mathbf{E}^{inc} \rangle$ ；

### 2.2 阻抗矩阵插值方法

由 PO-MM 方法导出的  $\mathbf{Z}$  由两部分组成： $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^{MM} + \Delta \mathbf{Z}$ 。 $\mathbf{Z}^{MM}$  是  $N^{MM} \times N^{MM}$  阶的， $\Delta \mathbf{Z} = [Z_e^{MM, PO}] [\tau_{k,n}]$ ，因此尽管矩阵方程的阶数是  $N^{MM} \times N^{MM}$  阶的，但是填充阻抗矩阵的计算复杂度却远远大于  $O(N^{MM^2})$  的。随着天线载体的电尺寸的增加以及 MM 区的扩大，计算  $\mathbf{Z}^{MM}$  和  $\Delta \mathbf{Z}$  的时间将会大大增加。在分析电大复杂载体上天线的宽频带特性时，如果获得在间隔很小的多个频点上的电磁参数，这意味着要多次实现填充阻抗矩阵的运算，将要消耗大量的时间。考虑到相对其他的参数而言，阻抗矩阵的元素  $z_{mn}(k)$  随频率的变化比较缓慢，可以通过一个插值函数来求  $z_{mn}(k)$ 。当 MM 区的两个基函数  $m$  和  $n$  之间的距离不是太近时， $\mathbf{Z}^{MM}$  中的元素正比于  $e^{-jkR_{mn}}$ 。 $\mathbf{Z}^{MM}$  是  $\mathbf{Z}$  中主要的直接影响因素， $\Delta \mathbf{Z}$  仅仅是次要的因素，也有近似的  $z_{mn}(k) \propto e^{-jkR_{mn}}$ ，令： $z'_{mn}(k) = z_{mn}(k)/e^{-jkR_{mn}}$ ， $z_{mn}(k)$  随频率变化更为缓慢。因此可以针对  $z'_{mn}(k)$  构造插值函数，通过插值技术获得更多频点上的  $z'_{mn}(k)$ 。插值方法中最重要的是找到一个合适的插值函数本文中所应用的是 Padé 有理插值。Padé 逼近是一种特殊的带导数的有理插值问题的解，Padé 函数定义如式(7)所示。

$$Z'_{mn}(k) = \frac{\sum_{i=0}^L a_i k^i}{1 + \sum_{i=1}^M b_i k^i} = \frac{a_0 + a_1 k + \dots + a_L k^L}{1 + b_1 k + \dots + b_M k^M} \quad (7)$$

选取  $L+M+1$  个插值基点频点： $f_1, f_2, \dots, f_{L+M+1}$ ，对应波数为  $k_1, k_2, \dots, k_{L+M+1}$ ，采用常规 PO-MoM 方法求得这些采样点上的阻抗矩阵元素，经过处理得到  $z'_{mn}(k_i)$ ，

$z'_{mn}(k_2), \dots, z'_{mn}(k_{L+M+1})$ 。代入(7)可得到一线性方程组:

$$(b_1 k_i + \dots + b_M k_i^M) z'_{mn}(k_i) - (a_0 + a_1 k_i + \dots + a_L k_i^L) = -z'_{mn}(k_i), \quad i = 0, 1, \dots, L+M+1 \quad (8)$$

求解上述方程组, 得到插值系数  $a_0, \dots, a_L, b_1, \dots, b_M$ 。通过(7)式就计算得到插值频率范围内其他频率点上的  $z'_{mn}(k)$ , 乘以因子  $e^{-jkR_{mn}}$ , 最终得到阻抗元素  $z_{mn}(k)$ 。

在实现阻抗插值技术过程有几点问题是需要注意的。从插值误差的角度来说, 一般插值基点的个数愈多误差愈少, 但是随着插值基点的个数增多, 也会导致增大内存的需求量和插值系数的计算时间。而且当插值点个数较多时, 由插值方法求得的结果与常规 PO-MoM 方法计算所得的阻抗元素进行比较时发现有很多元素吻合的很好的情况下, 有小部分的数据结果误差非常大, 如图 2 所示, 这种误差是不能被接受的。因为对于某些矩阵元素, 求插值系数的线性方程组(8)的条件数可能会随着插值基点的增加而增大, 导致方程组呈现病态。通过这个病态方程组求解得到的插值系数可能是伪解, 从而导致由插值计算出来的元素误差很大。通过考察计算可以看到, 插值点个数越多, 这种情况越明显, 而一般四点以下的插值的结果都比较稳定, 求解出来的阻抗元素都没有奇异点。另外, 文献[14]中作者还指出当插值频率间隔  $\Delta k$  最好能够满足  $\Delta k \cdot R_{\max} \leq \pi$ , 即  $\Delta f \leq c/(2R_{\max})$ , 其中  $R_{\max}$  是两基函数之间的最大的距离。

### 2.3 预条件技术

通常矩阵方程(6)的系数矩阵是稠密满秩的, 条件数也比较大, 为了保证获得一个稳定的解, 本文中采用的是 GMRES 迭代算法。但是通常迭代计算过程中收敛地比较慢, 有时甚至会出现不收敛的情况。如果能构造出一个系数矩阵  $Z$  的近似矩阵  $M$ , (6)式可转换为  $M(Z^{MM} + \Delta Z)I = MV$ , 使  $M(Z^{MM} + \Delta Z)$  的条件数相对较少, 可以改善方程迭代求解的收敛速度。由于在  $Z$  中对谱特征起主导作用的是  $Z^{MM}$ , 问题就可以转换为忽略  $\Delta Z$  的影响而仅仅去构造  $Z^{MM}$  的近似矩阵  $M$ 。文献[8]中根据 EFIE 的物理特性出发而构造了一种近场预条件器  $M$ , 可使方程迭代求解起来收敛速度很快, 大大减少求解矩阵方程过程中所消耗的时间。

### 三、应用实例和数值结果

本文将 PO-MoM 与上述宽带阻抗插值技术与预条件技术相结合, 对电大尺寸金属载体上宽带天线性能进行了快速有效的分析, 下面的算例充分地证明了其有效性。

算例 1: 一个高为 0.25m, 直径为 5mm 的线天线垂直安装于边长为 4.5m 的方形金属平板中心。MM 区的未知元数为 714 个, PO 区有 10849 个未知元, 插值间隔  $\Delta f = 200\text{MHz}$ , 插值频点分别为: 200, 400, 600, 800MHz。由阻抗矩阵插值方法计算得到的阻抗矩阵元素与直接计算得到的阻抗元素完全一致, 如图 3 所示。计算得到天线的输入导纳在频率为 150M-850M 之间的变化曲线由图 4 所示, 可见通过插值计算得到的结果与常规 PO-MoM 所得结果吻合很好。可见采用阻抗矩阵插值技术得到的计算结果是可靠的。

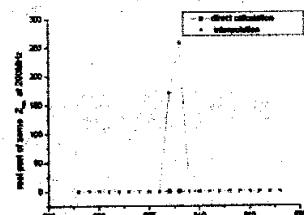


图 2 部分出现奇异点的阻抗矩阵元素

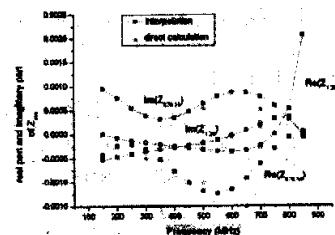


图 3 两种方法计算得到的  $Z_{11}$  和  $Z_{68,18}$  频响曲线

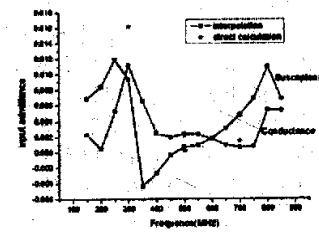


图 4 天线的输入导纳随频率的变化曲线

算例 2：放置在长方体上的一四螺旋左旋天线，其整体结构如图 5 所示，网格剖分后 MM 区未知数为 462，PO 区未知元为 6887 个。插值间隔  $\Delta f = 300MHz$ ，插值频点为：600, 900, 1200, 1500MHz，计算带宽范围为 0.5GHz-1.6GHz。在  $\theta=90^\circ, \phi=0^\circ$  方位上，天线的远场辐射功率随频率变化曲线如图 6 所示。

上述两个算例的方程求解过程中的迭代收敛曲线如图 7 所示。

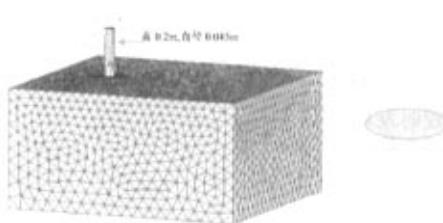


图 5 放置于  $1m \times 1m \times 0.5m$  的载体上的四螺旋天线

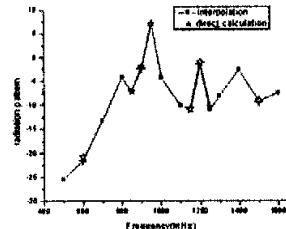


图 6.  $\theta=90^\circ, \phi=0^\circ$  时螺旋天线远场辐射的变化

表 1 中给出是计算过程中相关的时间消耗情况。从表 1 中可以清楚地看到采用了阻抗矩阵插值技术后计算阻抗矩阵的时间大为减少，计算效率得到了显著提高，同时应用了预条件器后，方程求解过程中迭代次数大大减少，求解时间明显减少，从而更进一步提高了计算效率。

表 1 填充阻抗矩阵所需要的时间

	阻抗矩阵时间		GMRES 迭代次数		方程求解时间(s)	
	直接 求解	插值 方法	常规	预条件	常规	预条件
#1	3419	18	44	11	127	31
#2	1043	6	98	14	113	16

#### 四、结论

本文在常规的 PO-MoM 方法基础上同时采用有理函数阻抗矩阵插值技术和有效的预条件技术，大大地减少了宽频带范围内阻抗矩阵元素的填充时间，并有效地加快了矩阵方程的求解速度。同时，也探讨了插值方案实现过程中的参数设置的问题。文中给出了垂直安装于金属平板的单极子天线和安装在长方体上的螺旋天线的计算实例，通过对数值计算结果的分析可以看到，采用阻抗矩阵插值并结合预条件技术的 PO-MoM 方法可以节省大量的计算时间，有效地提高了计算效率，尤其适用于分析电大尺寸复杂载体上天线的宽频带特性。

#### 参考文献

- [1] P.H. Pathak, High-frequency Techniques for Antenna analysis, *Proc IEEE*, Vol.80, No.1, pp.44-65, Jan. 1992
- [2] D. P. Bouche , F. A. Molinet and R. Mittra, Asymptotic and Hybrid Techniques for Electromagnetic Scattering, *Proc IEEE*, 81(12):1658-1684, Dec. 1993
- [3] U.Jakobus, F.M.Landstorfer, Improved PO-MM Hybrid Formulation for Scattering from Three dimensional Perfectly Conducting Bodies of Arbitrary Shape, *IEEE Trans.Ant.&Prop.* 43:162-169, Feb 1995
- [4] U. Jakobus, F. J. C. Meyer, A Hybrid Physical Optics/Method of Moments Numerical Technique: Theory, Investigation and Application", *IEEE AFRICON* 4th, 24-27, Vol. 1, pp.282 - 287 ,Sept. 1996
- [5] F.Obelleiro, J.M.Taboada, et al, Hybrid Moment-Method Physical-Optics Formulation for Modelling the Electromagnetic Behavior of on-Board Antennas. *Microwave Opt. Tech. Letters*, 27(2): 88-93, Oct. 2000.
- [6] E.H.Newman, Generation of wide-band data from the method of moments by interpolating the impedance matrix, *IEEE Trans. Ant. & Prop.* Vol. 43 IEEE Trans,Antennas Propagat.,vol.36(1820-1824), Dec. 1988
- [7] X.C.Wei,E.L.Pi, Wide-Band EMC Analysis of On-Platform Antennas Using Impedance-Matrix Interpolation With the Moment Method-Physical Optics Method, *IEEE Trans. on EMC*, 45(3):552-556, Aug. 2003
- [8] 牛臻弋,王文博,徐金平, PO-MoM结合近场预条件技术分析复杂载体上线天线辐射特性, 东南大学学报, 2005年第4期

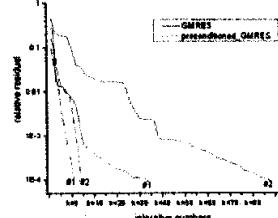


图 7 迭代收敛曲线

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…

---



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

---

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>

---



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>